Olimpiada de matematică
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a VIII-a

1.

(i) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$ **1p**

Finalizare **2p**

(ii) $u=(2n)^2, v=(2m)^2, u=(2p)^2$ unde m,n,p sunt numere naturale. **1p**

Se aplică rezultatul din (i). **3p**

2. **(i)** Se aduce la forma $t^2-2t-3=0$ **1p**

de unde, prin descompunere $(t+1)(t-3)=0$ rezultă $t\in\{-1,3\}$. **2p**

(ii) Se notează $\frac{a^2}{b^2}=t$ ecuația $a^2\cdot b^{-2}-3a^{-2}\cdot b^2=2$ devine $t-\frac{3}{t}=2$ **2p**

$\frac{a^2}{b^2}=-1$ nu are soluții reale. $\frac{a^2}{b^2}=3$ implică $a^2=3b^2$ **1p**

Finalizare **1p**

3.

Fie S suma tuturor muchiilor, atunci $S=4(a+b+c)=76$, de unde $a+b+c=19$ **2p**

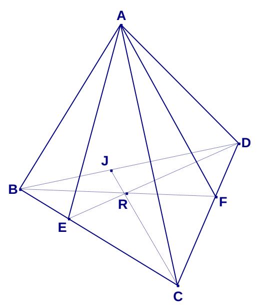
Din $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=13$ se obţine $a^2+b^2+c^2=169$ **2p**

$E=(a+b+c)^2-2\left(a^2+b^2+c^2\right)$ **2p**

Finalizare $E=19^2-2\cdot169=361-338=23$ **2p**

4.

(i) **3p**



Din ipoteză obţinem $BC\perp(AED)$, deci $BC\perp DE$.

(ii)

Analog $CD\perp BF$, deci R este ortocentrul triunghiului BCD. **2p**

Atunci $CR\perp BD$, $BD\perp(ACR)$ şi concluzia **2p**

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro