Concursul de matematică aplicată "Adolf Haimovici"
profil filologie, științe sociale
Faza locală - 16 februarie 2014

Clasa a IX-a

1. **a)** Fie numerele a,b,c,d pozitive, aflate în această ordine în progresie geometrică. Să se arate că $a+d\geq b+c$;
b) Fie numerele a,b,c,d pozitive, aflate în această ordine în progresie aritmetică. Să se arate că $\sqrt{a}+\sqrt{d}\leq\sqrt{b}+\sqrt{c}$.

2. **a)** Fie M un punct oarecare în planul triunghiului. $\triangle ABC$ astfel încât $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=0$. Să se arate că M este centrul de greutate al triunghiului $\triangle ABC$;
b) Fie M un punct în planul patrulaterului $ABCD$ astfel încât $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$. Arătaţi că $ABCD$ este paralelogram.

3. Într-o clasă cu 30 elevi, 17 cunosc limba franceză şi 19 cunosc limba germană.
a) Să se demonstreze că există elevi care cunosc ambele limbi;
b) Să se determine numărul minim şi numărul maxim de elevi care pot cunoaşte ambele limbi.

4. Fie $a,b>0$ astfel încât $a<b$. Ordonaţi crescător numerele: a, b, $\sqrt{ab}$, $\dfrac{a+b}{2}$, $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$.

NOTĂ
- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Concursul de matematică aplicată "Adolf Haimovici"
profil filologie, științe sociale
Faza locală - 16 februarie 2014

Clasa a X-a

1. **a)** Dacă $\log_2 3 = a$ şi $\log_5 2 = b$ calculaţi $\log_{60} 6$ în funcţie de a şi b;

b) Fie $a,b,c > 0$ trei numere aflate în progresie geometrică, în această ordine. Demonstraţi că numerele $\log_2 a$, $\log_2 b$ și $\log_2 c$ sunt în progresie aritmetică.

2. **a)** Să se arate că $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$;

b) Să se arate că numărul $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ este întreg.

3. Să se determine numerele reale a care verifică egalitatea $\sqrt{3+a\sqrt{2}} + \sqrt{3-a\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

4. **a)** Să se arate că $\log_2 3 + \log_2 5 < 4$;

a) Să se arate că $\log_2 3 \cdot \log_2 5 < 4$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Concursul de matematică aplicată “Adolf Haimovici”
profil științe sociale
Faza locală - 16 februarie 2014

Clasa a XI-a

1. Numărul de bilete de odihnă vândute de o agenţie de turism a cunoscut pe parcursul anului 2013 următoarea evoluţie:

Luna	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Număr de bilete	3	15	5	18	25	10	30	20	45	15	6	8

a) Să se precizeze populaţia statistică , unităţile statistice, efectivul total al populaţiei, caracteristica şi tipul acesteia;
b) Să se completeze seria statistică cu frecvenţele absolute cumulate, frecvenţele relative şi frecvenţele relative cumulate;
c) Până la sfârşitul cărei luni au fost vândute cel puţin 106 bilete? Dar cel mult 186?
d) Care este procentul de bilete vândut până la începutul lunii mai? Dar pâna la 1 august?
e) Ce procent de bilete se vinde după 1 iulie? Dar după 30 aprilie?
f) Să se reprezinte grafic seria statistică folosind poligonul frecvenţelor si histograma.

2. În urma unui sondaj privind audienţa unui post de radio se constată că: 10% din persoane ascultă postul de radio între 0 şi 2 ore, 25% între 2 şi 4 ore, 40% între 4 şi 6 ore, 20% între 6 şi 8 ore, iar restul între 8 şi 10 ore.
a) Să se organizeze datele sondajului într-o serie statistică;
b) Care este numărul mediu de ore de audienţă de persoană?
c) Să se determine mediana.

3. La examenul de bacalaureat, cei 500 de elevi ai unui liceu au obţinut la proba de matematică rezultatele din tabelul de mai jos.

Nota	Numărul de elevi
5 - 6	61
6 - 7	34
7 - 8	186
8 - 9	168
9 - 10	51

a) Să se alcătuiască histograma şi poligonul frecvenţelor;
b) Calculaţi media şi dispersia.

4. O echipa de handbal mai are de disputat un singur meci în cadrul unui turneu. Dacă marchează 24 de goluri, atunci media golurilor pe meci este de 20, iar dacă marchează 30 media va fi de 22 de goluri. Câte meciuri a disputat echipa în turneu?

NOTĂ
- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Concursul de matematică aplicată “Adolf Haimovici”
profil științe sociale
Faza locală - 16 februarie 2014

Clasa a XII-a

1. Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi $M=\{uA+vI_2 | u,v\in\mathbb{R}\}$

a) Să se arate că $O_2\in M$ şi $A^2\in M$;

b) Să se arate că oricare ar fi $X,Y\in M$ avem $XY\in M$.

2. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a & c\\ b & d\end{pmatrix}$, unde $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Să se arate că $AB=O_2 \Leftrightarrow A=O_2$.

3. Fie $M=\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix} \middle| a,b,c,d\in\mathbb{N}\right\}$.

a) Să se determine toate matricele $X\in M$ pentru care există $Y\in M$ astfel încât $XY=I_2$;

b) Daţi exemplu de matrice $A,B\in M$, $A,B\neq O_2$ astfel încât $AB=O_2$.

4. Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$. Arătați că nu există $x,y,z\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $xA+yB+zC=I_3$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.