# Olimpiada de matematică
# Faza locală - 16 februarie 2014

## Clasa a V-a - barem

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1.** | | Folosind metoda grafică se deduce că numărul de probleme rezolvat în fiecare zi este același.<br>În total sunt 48 probleme. | **5p**<br>**2p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **2.** | **a)** | Verificare; | **2p** |
| | **b)** | Se obține $B=3^{44}$, deci $x=44$; | **3p** |
| | **c)** | Avem $A=\left(2^3\right)^{22}=8^{22}$, $B=\left(3^2\right)^{22}=9^{22}$ și apoi concluzia. | **2p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3.** | **a)** | Ultima cifră a lui $N$ este 0 și de aici concluzia; | **3p** |
| | **b)** | $N=10-1+100-1+1000-1+\ldots+\underbrace{1000..0}_{2015\,cifre}-1+2014=\underbrace{111...1110}_{2015\ cifre}$. | **2p** |
| | | Numărul $\underbrace{111..1100}_{2015\,cifre}$ se divide cu $111$, deci restul împărțirii este 10. | **2p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **4.** | **a)** | De exemplu: 3(B)+7(M)+7(B)+7(M)+7(B)+7(M)+3(B)+2(M)+6(B)=49 | **1p** |
| | **b)** | Bogdan poate câștiga numai dacă analizează în ordine inversă pornind de la 49 și el trebuie să obțină în mod invers sumele 41, 33, 25,17,9 . Diferența este de 8 și se obține completând până la 8 numărul ales de Marius. Deci trebuie să aleagă la început numărul 4. | **3p** |
| | **c)** | Deoarece $49:8=6$ rest 1, Marius trebuie să aleagă la început numărul 1 și apoi dacă Bogdan alege numărul $n$, Marius va alege întotdeauna numărul $8-n$. | **3p** |

**NOTĂ**

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

# Olimpiada de matematică
## Faza locală - 16 februarie 2014

### Clasa a VI-a - barem

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1.** | **a)** | Se obține $A=111(a+b+c)$. Cum $111 \vdots 3$, se obține concluzia. | **4p** |
| | **b)** | Avem $(28;\ 111)=1$ și $a+b+c \leq 27$ și apoi concluzia. | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.** | Se demonstrează că unghiurile nu pot fi adiacente. | **2p** |
| | Se obțin măsurile $30^\circ$ și $150^\circ$. | **5p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3.** | **a)** | $x=6\in M, y=12\in M \xRightarrow{2)} 7\in M$, aşadar mulţimea conţine numerele consecutive 6 şi 7. | **2p** |
| | **b)** | $x=6\in M, y=6\in M \xRightarrow{2)} 5\in M$, apoi $(2\cdot 1+3\cdot 1)\in M \xRightarrow{3)} 2\in M$, aşadar avem numerele prime 2, 5 şi 7 în mulţime; | **3p** |
| | **c)** | $x=12\in M, y=12\in M \xRightarrow{2)} 10\in M$, apoi $x=10\in M, y=3\in M \xRightarrow{2)} 6\in M$. Deci, se pot lua $a=2, b=7, c=3, d=6$. | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **4.** | Notăm(pentru simplificarea redactării) creanga cu numărul *n* cu $c_n$. Atunci, pe $c_1$ rândunica ciripeşte o dată, pe $c_2$ rândunica ciripeşte de 2 ori, ..........................................., pe $c_n$ rândunica ciripeşte de *n* ori. În total, înainte de a zbura de pe $c_n$, rândunica a ciripit de $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ori. | **4p** |
| | Din $\frac{n(n+1)}{2}\leq 100<\frac{n(n+1)}{2}+n+1$ deducem, eventual prin încercări, $n=13$.(Adică ultimul ciripit de pe creanga $c_{13}$ este al 91- lea , deci rândunica ciripeşte a 100-a oară când se află pe creanga $c_{14}$ ). | **3p** |

**NOTĂ**

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

**Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,**
**jud. HUNEDOARA**
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

# Olimpiada de matematică
# Faza locală - 16 februarie 2014

## Clasa a VII-a - barem

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1.** | **a)** | Avem $ax = by = cz = k$, deci $y^2 = \frac{k^2}{b^2} = \frac{k^2}{ac} = \frac{k}{a} \cdot \frac{k}{c} = xz$. | **4p** |
| | **b)** | Avem $a_2^2 = a_1 \cdot a_3$, de unde $a_1a_2a_3 = a_2^3$. Se obține $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_{12} = \left(a_2a_5a_8a_{11}\right)^3$ și concluzia. | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.** | Avem $\triangle ABC \equiv \triangle AED$ $(I.U.)$, de unde $[AB] \equiv [AE]$; | **3p** |
| | Triunghiul $ABE$ este isoscel și $m(\sphericalangle ABE) = 80^\circ$; | **3p** |
| | Obținem $m(\sphericalangle EBC) = 10^\circ$ | **1p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3.** | **a)** | $BDNC$ este paralelogram deoarece diagonalele se înjumătățesc. | **2p** |
| | | $BDCP$ este paralelogram deoarece are două laturi opuse paralele și congruente. | **2p** |
| | **b)** | Punctele $D,T,P$ sunt coliniare deoarece $T$ este centrul de greutatea la triunghiului $ANP$ și $PD$ este mediană. | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **4.** | Există numerele $k,l \in \mathbb{N}^*$, $k > l$ astfel încât $n = ak = bl$. | **1p** |
| | Inegalitatea este echivalentă cu $\frac{n}{l} > \frac{n}{k} + \frac{n}{k^2}$, adică $\frac{1}{l} > \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2}$, echivalent cu $k^2 > kl + l$, echivalent cu $k(k-l) > l$ ceea ce este adevărat. | **6p** |

**NOTĂ**

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

# Olimpiada de matematică
## Faza locală - 16 februarie 2014

### Clasa a VIII-a - barem

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1.** | **a)** | Verificare | **3p** |
| | **b)** | Se obține $\sqrt{2\left(\frac{1}{x}+y+z+2\right)\left(\frac{1}{y}+z+x+2\right)\left(\frac{1}{z}+x+y++2\right)}=\frac{(x+2)(y+2)(z+2)}{2}\in\mathbb{Q}$. | **4p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **2.** | **a)** | Se arată că dreptele $PQ$ și $PR$ sunt paralele cu planul $(BCD)$; | **3p** |
| | **b)** | Se demonstrează că planul $(XYZ)$ este paralel cu planul $(PQR)$ și apoi se deduce concluzia. | **4p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3.** | **a)** | Prin transformări se ajunge la inegalitatea echivalentă $2(x^2-1)+(x-1)+3n(x-1)\geq 0$; | **4p** |
| | **b)** | Folosind punctul precedent deducem că unica soluție este $x=1$. | **3p** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **4.** | **a)** | Fie $MP\cap NQ=\{S\}$. Atunci trapezele dreptunghice $ACPM$ și $BDQN$ au aceeași linie mijlocie, de unde deducem egalitatea cerută; | **3p** |
| | **b)** | Avem $A_{MAC}=\frac{1}{2}MA\cdot AC=\frac{1}{2}MA\cdot PC$. Analog $A_{QDB}=\frac{1}{2}QD\cdot NB$. Inegalitatea este echivalentă cu $MA\cdot PC\leq NB\cdot QD$. | **2p** |
| | | Fie $NB-MA=PC-QD\overset{notăm}{=}x$, atunci $MA\cdot PC\leq NB\cdot QD\Leftrightarrow MA\cdot(x+QD)\leq QD(x+MA)$ $\Leftrightarrow MA\leq QD$ ceea ce este adevărat. | **2p** |

**NOTĂ**

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.