Barem orientativ de evaluare
Examenul de bacalaureat național 2022
M_șt-naturii

Test de antrenament 17.01.2022

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii .

Subiectul I **(30 puncte)**

1.	$x=\left[\frac{3-\sqrt{10}}{-1}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{11}}{-1}\right]=\left[\frac{3-\sqrt{11}}{-1}\right]=$	3p
	$=\left[\sqrt{11}-3\right]=\left[\sqrt{11}\right]-3=0$.	2p
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 3x+4=x^2+x+1\Leftrightarrow x^2-2x-3=0$	1p
	Soluțiile ecuației sunt $x_1=-1$ și $x_2=3$, de unde coordonatele punctelor de intersecție sunt $A(-1,1)$ și $A(3,13)$.	2p 2p
3.	Din condițiile de existență: $\begin{cases}2x+3>0\\ x+2>0\end{cases}$ se obține $x\in\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$	1p
	$\log_2(2x+3)=2\log_2(x+2)\Leftrightarrow\log_2(2x+3)=\log_2(x+2)^2$, de unde $2x+3=(x+2)^2\Leftrightarrow 2x+3=x^2+4x+4$	3p
	Se obține $x_1=x_2=-1\in\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$.	1p
4.	Fie $n\in\mathbb{N}$ numărul elementelor mulțimii. Atunci $C_n^2=231$,	1p
	$\frac{n(n-1)}{2}=231$	2p
	Ecuația $n^2-n-462=0$ are soluția naturală $n=22$.($n(n-1)=21\cdot 22$)	2p
5.	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$	3p
	$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$	1p
	Se obține: $a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{3}{4}$. ***Sau*** *folosind teorema punctului care împarte un segment într-un raport dat* $\frac{BM}{MC}=k=3$: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{k+1}\overrightarrow{AB}+\frac{k}{k+1}\overrightarrow{AC}$, *pentru* $k=3$, *de unde* $a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{3}{4}$.	1p *5p*
6.	Din $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ se obține $\lvert\cos x\rvert=\sqrt{1-\sin^2 x}$	1p
	Pentru $x\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ avem $\cos x=-\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=-\sqrt{\frac{16}{25}}=-\frac{4}{5}$	2p
	Avem $tgx=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}$.	2p

Subiectul II **(30 puncte)**

1. a)	Pentru $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 6 & -3\end{pmatrix}$, calcul direct $I_2+A=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 6 & -2\end{pmatrix}$	2p
	și $(I_2+A)^2=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 6 & -2\end{pmatrix}=I_2+A$.	3p
b)	Calcul $A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -6 & 3\end{pmatrix}=-A$	2p
	$A^3=A^2\cdot A=-A\cdot A=-A^2=A$	2p
	Mulțimea $\{A^n \mid n\in\mathbb{N}^*\}=\{-A, A\}$ este finită, are 2 elemente.	1p
c)	$\det(2022\cdot I_2-A+A^2-A^3+...-A^{2022})=\det(2022\cdot I_2\underbrace{-A-A-...-A}_{2022\,ori})=$	1p
	$=\det(2022\cdot I_2-2022\cdot A)=\det(2022(I_2-A))=$	2p
	$=2022^2\begin{vmatrix}-1 & 1\\ -6 & 4\end{vmatrix}=2\cdot 2022^2$, unde $I_2-A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -6 & 4\end{pmatrix}$.	2p
2. a)	Calcul direct $2(xy+x+y+1)-1=$ $=2xy+2x+2y+1=x\circ y$	3p 2p
	Element neutru: $\exists e\in\mathbb{R}$ *a.î.* $x\circ e=e\circ x=x, \forall x\in\mathbb{R}$. Se obţine $e=-\frac{1}{2}\in\mathbb{R}$.	1p 1p
b)	Elemente simetrizabile: pentru $x\in\mathbb{R},\exists x'\in\mathbb{R}$ *a.î.* $x\circ x'=x'\circ x=-\frac{1}{2}$, se obţine $x'=\frac{-4x-3}{4x+4}\in\mathbb{R},\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.	1p 1p
	Mulțimea elementelor simetrizabile este $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.	1p
c)	Se observă că $x\circ(-1)=(-1)\circ x=-1, \forall x=\overline{-2022, 2022}$	3p
	$(-2022)\circ(-2021)\circ...\circ 0\circ 1\circ...\circ 2022=-1<0$	2p

Subiectul III **(30 puncte)**

1. a)	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=f'(-1)$	1p
	$f'(x)=\frac{x^2+4x-8}{(x+2)^2}, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$	3p
	$f'(-1)=-11$.	1p
b)	Ecuația $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+4x-8=0$ are soluțiile $x_1=-2-2\sqrt{3}$ și $x_2=-2+2\sqrt{3}$	1p 2p
	Din tabelul cu semnul derivatei, avem că $x_1=-2-2\sqrt{3}$ este punct de maxim şi $x_2=-2+2\sqrt{3}$ este punct de minim.	2p
c)	Pentru asimptotă orizontală: $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-4x}{x+2}=+\infty$. Deci nu există asimptotă orizontală.	1p
	Căutăm asimptotă oblică $y=mx+n$	2p

	$m=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-4x}{x^2+2x}=1$	
	$n=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-mx]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-4x}{x+2}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-6x}{x+2}=-6$ Ecuația asimptotei oblice la $+\infty$ este $y=x-6$.	2p
2. a)	F primitivă a lui f dacă F derivabilă și $F'(x)=f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$	1p
	$F'(x)=(e^x(x^2-3x-2))'=(e^x)'(x^2-3x-2)+e^x(x^2-3x-2)'=$	2p
	$=e^x(x^2-x-5)=f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$. **Sau** calcul direct $\int e^x(x^2-x-5)dx=e^x(x^2-3x-2)+C=F(x)$	2p 5p
b)	Avem $\int_{-3}^{-2}f(x)dx=F(x)\Big\vert_{-3}^{-2}=F(-2)-F(-3)=$	3p
	$=\frac{8(e-2)}{e^3}$.	2p
c)	$F'(x)=e^x(x^2-3x-2)=f(x),\ x\in\mathbb{R}$ $F''(x)=f'(x)=e^x(x^2+x-6),\ x\in\mathbb{R}$	2p
	$F''(x)=0\Leftrightarrow e^x(x^2+x-6)=0\Rightarrow x_1=-3,\ x_2=2$.	2p
	Din tabelul de semn al lui $F''(x)$ se obține că punctele de inflexiune ale funcției F sunt $x_1=-3,\ x_2=2$, adică $A\left(-3,\frac{16}{e^3}\right),\ B(2,-4e^2)$.	1p