Barem - faza județeană - Clasa a XI-a

Subiectul 1 (electricitate și magnetism)

a)	Avem: $\vec{v}\cdot\vec{B} = v\cdot B\cdot\cos\alpha$	0,2	1,3p
	de unde: $\cos\alpha = \frac{\vec{v}\cdot\vec{B}}{\lvert v\rvert\cdot\lvert B\rvert}$	0,3	
	numeric: $\cos\alpha = \frac{(8-6-2)\cdot 10^4}{\lvert v\rvert\cdot\lvert B\rvert} = 0$	0,4	
	Adică vectorii $\vec{v}$ și $\vec{B}$ sunt perpendiculari.	0,4	
b)	$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = e\vec{v_0}\times\vec{B}$	0,4	1,5p
	$\vec{F} = -1.6\cdot 10^{-19}(4\vec{\imath}+2\vec{\jmath}-1\vec{k})\times(2\vec{\imath}-3\vec{\jmath}+2\vec{k})\cdot 10^4\text{N}$ $\vec{F} = -1.6\cdot 10^{-15}(1\vec{\imath}-10\vec{\jmath}-16\vec{k}) = 1.6\cdot 10^{-15}(-1\vec{\imath}+10\vec{\jmath}+16\vec{k})\text{N}$	0,5	
	Numeric: $F = 1.6\cdot 10^{-15}\cdot\sqrt{357}\text{N} = 30.23\cdot 10^{-15}\text{N}$	0,3	
	$v_0 = \sqrt{16+4+1}\times 10^6 = \sqrt{21}\times 10^6 = 4.58\times 10^6\text{m/s}$	0,3	
c)	Echilibru pe direcția forței magnetice: $q\vec{E} = q\vec{v}\times\vec{B}$ sau $\vec{E} = \vec{v}\times\vec{B}$	0,5	1,5p
	$\vec{E} = (4\vec{\imath}+2\vec{\jmath}-1\vec{k})\times(2\vec{\imath}-3\vec{\jmath}+2\vec{k})\cdot 10^4 = (1\vec{\imath}-10\vec{\jmath}-16\vec{k})\cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}}\left(\text{sau } \frac{\text{V}}{\text{m}}\right)$	0,5	
	Numeric: $E = 18.89\cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}}\left(\text{sau } \frac{\text{V}}{\text{m}}\right)$	0,5	
d)	Mișcare circulară uniformă: $ma = \frac{mv^2}{R}$	0,4	1,2p
	$R = \frac{v^2}{a}$	0,4	
	Numeric: $R = \frac{21\cdot 10^{12}}{33.2\cdot 10^{15}}\text{m} = 0.632\text{ mm}$	0,4	
e)	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e}{m}\vec{v_0}\times\vec{B}$	0,5	1,5p
	Expresia vectorială: $\vec{a} = 1.75\cdot 10^{15}(-1\vec{\imath}+10\vec{\jmath}+16\vec{k})\text{m/s}$	0,5	
	Numeric: $a = 1.75\cdot\sqrt{357}\cdot 10^{15}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 33.2\cdot 10^{15}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	0,5	
f)	Mișcare pe cerc, cu perioada: $T = \frac{2\pi R}{v}$	0,3	1,3p
	Durata: un sfert de perioadă $t = \frac{T}{4}$	0,3	
	deci durata este: $t = \frac{\pi R}{2v}$	0,3	
	numeric: $t = 0.216\cdot 10^{-9}\text{ s} = 0.216\text{ ns}$	0,4	
g)	Sarcina punctiformă Q va fi așezată în centrul cercului de rază R pe care dorim să se deplaseze electronul, astfel încât forța electrică $e\vec{E_1}$ să înlocuiască forța magnetică $q\vec{v}\times\vec{B}$	0,4	1,7p
	adică aceeași direcție și modul, dar sens opus câmpului $\vec{E}$ de mai sus: $\vec{E_1} = -\vec{E}$	0,2	
	dar: $\vec{E_1} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{R}}{R^3}$	0,2	
	de unde: $Q = 4\pi\varepsilon_0 E R^2$	0,3	
	Numeric: $Q = 8.33\cdot 10^{-12}\text{C}$	0,3	
	Sarcina trebuie să fie pozitivă, pentru a atrage electronul.	0,3	
	Total		10p

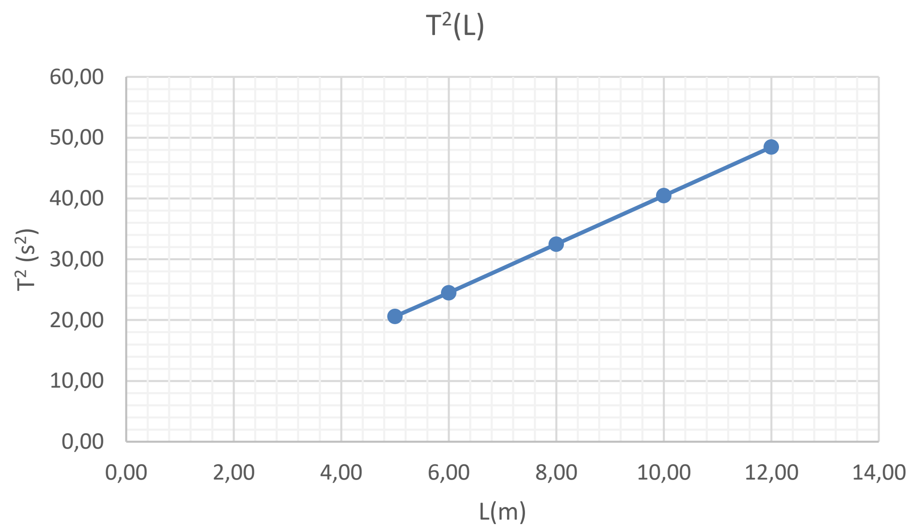
Subiectul 2 (oscilații mecanice)

A

a)

L(m)	12,00	10,00	8,00	6,00	5,00
T(s)	6,96	6,36	5,70	4,95	4,54
$T^2(s^2)$	48,44	40,45	32,49	24,50	20,61

0,5



1,0

$$g = \frac{4\pi^2}{\text{m (panta graficului)}} \approx 9{,}93\ \text{m/s}^2$$

0,25

$\varepsilon = \frac{g - g_0}{g_0} \approx 1{,}2\%$ (între 1,1% și 1,3%)

0,25

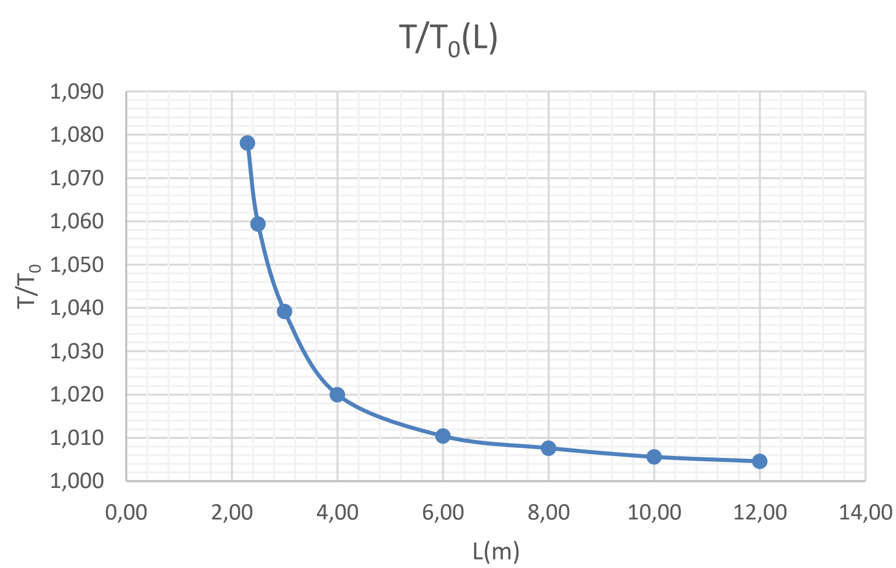
Total a): 2

b)

L(m)	12,00	10,00	8,00	6,00	5,00	4,00	3,00	2,50	2,30
T(s)	6,96	6,36	5,70	4,95	4,54	4,08	3,60	3,35	3,27
T_0	6,93	6,32	5,66	4,90	4,47	4,00	3,46	3,16	3,03
T/T_0	1,005	1,006	1,008	1,010	1,015	1,020	1,039	1,059	1,078

Se admit și valori rotunjite la două zecimale, în ultimul rând al tabelului.

0,5



1

Observații: Din grafic și pe baza informației referitoare la modul de declanșare a oscilațiilor reiese că T se abate tot mai mult de la perioada oscilațiilor armonice, pe măsură ce se mărește amplitudinea unghiulară, față de limita de 5° a oscilațiilor armonice.

0,5

Total b): 2

c)	Când variația relativă a perioadei este 5%, raportul T/T_0 este 1,05. Din grafic se citește lungimea corespunzătoare a firului, fiind în intervalul 2,6-2,8 m.	0,5	1,5
	Cu ajutorul deviației d=2 m, se determină amplitudinea unghiulară ca fiind $\arcsin\frac{d}{L}$, cu valori aproximative între 45° și 50°.	0,5	
	Concluzie: Chiar și la valori ale amplitudinii unghiulare de 10 ori mai mari decât limita oscilațiilor armonice, variația relativă a perioadei oscilațiilor față de perioada oscilațiilor armonice, nu depășește 5%.	0,5	
B			
a)	Ecuația mișcării oscilatorii amortizate are forma $x_a(t) = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}\sin(\omega t)$ A_0=7 cm, $\frac{b}{2m} = c = 1{,}05\pi\ s^{-1}$, $\varphi_0 = 0$	0,5	2,5
	$tg(\Delta\varphi) = \frac{\frac{b}{m}\omega_f}{\left(\frac{k}{m}\right)^2 - \omega_f^2} \Leftrightarrow tg(\Delta\varphi) = \frac{2c\omega_f}{\omega_0^2 - \omega_f^2}$ $\Delta\varphi = -0{,}75\pi = -\frac{3\pi}{4}$, $tg\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 1$ $\omega_f = 10\pi$ Ca urmare, $\omega_0^2 = \omega_f^2 + 2c\omega_f$, $\omega_0 = 11\pi$ rad/s	1,0	
	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - c^2} \approx 10{,}95\pi\ rad/s$	0,5	
	$x_a(t) = 7e^{-1{,}05\pi t}\sin(10{,}95\pi t)\ (cm)$	0,5	
b)	Funcția care exprimă dependența de timp a forței ce întreține oscilațiile muștei este de forma $F = F_{max}\sin(\omega_f t)$	0,5	2
	$F_{max} = A_f\sqrt{(k - m\omega_f^2)^2 + b^2\omega_f^2}$ $A_f = 5\ cm$, $k = m\omega_0^2$, $b = 2mc$ $F_{max} = A_f\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + 4m^2c^2\omega_f^2} = A_f m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + 4c^2\omega_f^2}$	1,0	
	$F \approx 0{,}15\sin(10\pi t)\ (N)$	0,5	
	TOTAL		10

Subiectul 3 (unde mecanice)

	Rezolvare	Punctaj Parțial	Punctaj Total
a)	a) Amplitudinile celor două unde sferice în punctul P trebuie să fie egale, adică: $A_P = 2A\frac{R}{r_1} = 1{,}5A\frac{R}{r_2}$, de unde rezultă că: $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{1{,}5} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow r_1 = \frac{4}{3}r_2$.	1p	3p
	Din condiția ca elongațiile celor două unde longitudinale, ajunse în punctul P, să fie reciproc perpendiculare rezultă că triunghiul OS_1S_2 este dreptunghic în O. Folosind teorema lui Pitagora $r_1^2 + r_2^2 = d^2$ împreună cu relația $r_1 = \frac{4}{3}r_2$, rezultă: $r_1 = \frac{4}{5}d$ și $r_2 = \frac{3}{5}d$.	1p	
	Amplitudinile celor două unde sferice în punctul P sunt date de relația: $A_P = 2A\frac{R}{r_1} = \frac{5}{2}\frac{AR}{d}$.	1p	
b)	b) Ecuațiile elongațiilor celor două unde sferice într-un punct oarecare al mediului de propagare situat la distanțele r_1 și , respectiv, r_2 față de centrele celor două surse sunt:		2p
	$u_1 = 2A\frac{R}{r_1} sin\left[2\pi\nu\left(t - \frac{r_1}{c}\right) + \varphi_0\right]$	0,5p	
	și $u_2 = 1{,}5A\frac{R}{r_2} sin\left[2\pi\nu\left(t - \frac{r_2}{c}\right) + \varphi_0\right]$ Ecuațiile elongațiilor celor două oscilații produse de undele sferice asupra punctului P sunt:	0,5p	
	$u_1 = \frac{5}{2}\frac{AR}{d} sin\left[2\pi\nu\cdot t + \left(\varphi_0 - \frac{8\pi\nu\cdot d}{5c}\right)\right]$ și	0,5p	
	$u_2 = \frac{5}{2}\frac{AR}{d} sin\left[2\pi\nu\cdot t + \left(\varphi_0 - \frac{6\pi\nu\cdot d}{5c}\right)\right]$.	0,5p	
c)	c) Din egalitatea distanțelor de propagare ale celor două unde și din condiția de perpendicularitate a vectorilor de vibrație $\vec{u}_1$ și $\vec{u}_2$ rezultă că triunghiul OS_1S_2 este un triunghi dreptunghic isoscel în raport cu vârful O, ceea ce înseamnă că unghiurile: $\alpha = \beta = \frac{\pi}{4}$.	0,25p	5p
	Distanțele de propagare ale celor două unde până în punctul P (presupus în starea de repaus) sunt: $r_1 = r_2 = r = \frac{\sqrt{2}}{2}d$.	0,25p	
	Fazele inițiale ale oscilațiilor produse de cele două unde sferice asupra punctului P sunt egale între ele, și anume: $\varphi_{01_P} = \varphi_{02_P} = \varphi_{0_P} = \left(\varphi_0 - \sqrt{2}\frac{\pi\nu\cdot d}{c}\right)$.	0,5p	
	Amplitudinile celor două unde în punctul P (presupus în starea de repaus) sunt: $A_{1_P} = 2\sqrt{2}\frac{AR}{d}$ și $A_{2_P} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{AR}{d}$.	0,5p	
	Ecuațiile elongațiilor celor două oscilații produse de undele sferice asupra punctului P sunt:		

$$u_1 = 2\sqrt{2}\frac{AR}{d} sin\left[2\pi\nu\cdot t + \left(\varphi_0 - \sqrt{2}\frac{\pi\nu\cdot d}{c}\right)\right]$$ și — 0,25p

$$u_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{AR}{d} sin\left[2\pi\nu\cdot t + \left(\varphi_0 - \sqrt{2}\frac{\pi\nu\cdot d}{c}\right)\right].$$ — 0,25p

Componentele după axele sistemului de coordonate Oxy ale vectorului de vibrație al oscilației rezultante în punctul P, adică ale vectorului $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$, sunt:

$$x = u_1 \cos\alpha - u_2 \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}(u_1 - u_2)$$ sau $x = A_x sin\left(2\pi\nu\cdot t + \varphi_{0_P}\right)$ și — 0,25p

$$y = u_1 \sin\alpha - u_2 \sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}(u_1 + u_2)$$ sau $y = A_y sin\left(2\pi\nu\cdot t + \varphi_{0_P}\right)$ — 0,25p

în care:

$$A_x = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(A_{1_P} - A_{2P}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{4\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\frac{AR}{d} = \frac{1}{2}\frac{AR}{d}$$ și — 0,25p

$$A_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(A_{1_P} + A_{2P}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\frac{AR}{d} == \frac{7}{2}\frac{AR}{d}$$ — 0,25p

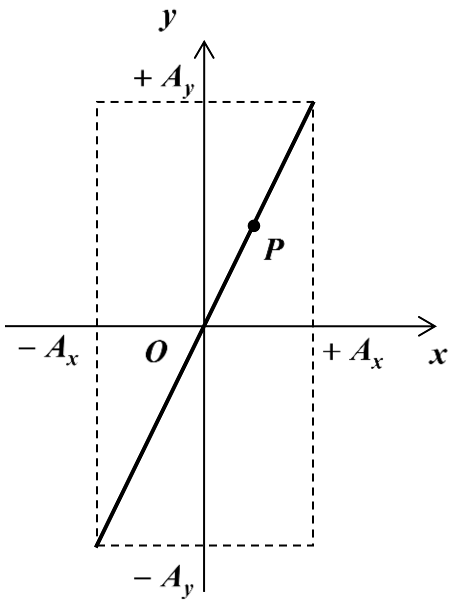
Funcțiile $x(t)$ și $y(t)$ reprezintă ecuațiile elongațiilor a două oscilații reciproc perpendiculare, de aceeași frecvență și de faze inițiale egale.

În cazul general, ecuația implicită a traiectoriei are forma:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2\frac{x}{A_x}\frac{y}{A_y}cos\left(\varphi_{0y} - \varphi_{0x}\right) = sin^2\left(\varphi_{0y} - \varphi_{0x}\right)$$ — 0,5p

care, în cazul fazelor inițiale egale $\varphi_{0x} = \varphi_{0y} = \varphi_{0_P}$ ($cos\left(\varphi_{0y} - \varphi_{0x}\right) = 1$ și $sin\left(\varphi_{0y} - \varphi_{0x}\right) = 0$), capătă forma ecuației unei drepte: $y = \frac{A_y}{A_x}x$. — 0,5p

Graficul traiectoriei este: — 1p



		Total	10p